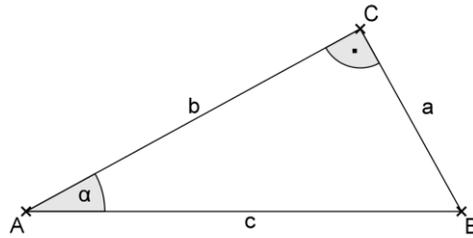


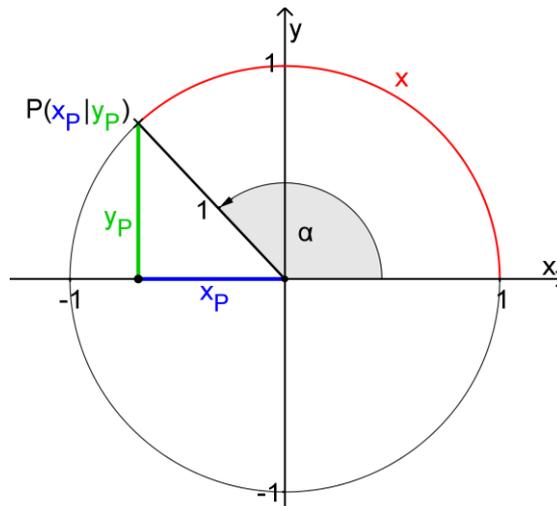
Basiswissen für die Oberstufe: Trigonometrische Funktionen

1. Sinus, Kosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck



$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}; \quad \cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}; \quad \tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{b}$$

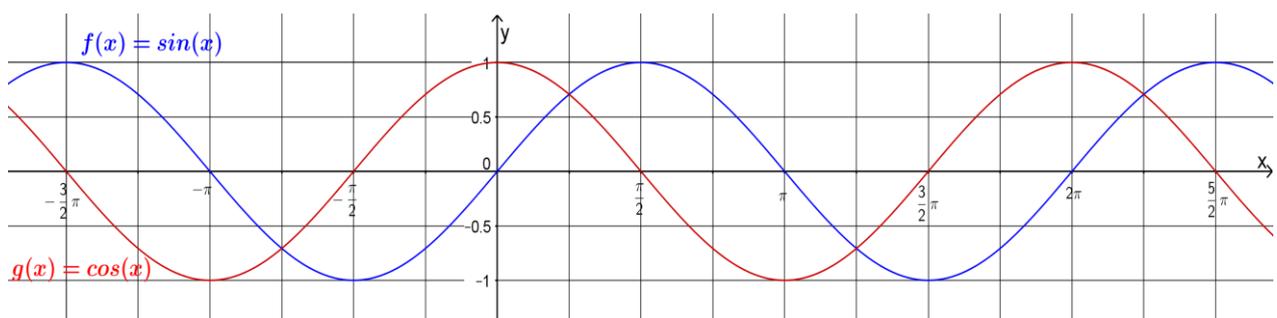
2. Sinus und Kosinus am Einheitskreis



α ist ein beliebiger Winkel und x das zugehörige Bogenmaß im Einheitskreis.

$$y_p = \sin(\alpha) = \sin(x); \quad x_p = \cos(\alpha) = \cos(x)$$

3. Graphen der Sinus- und Kosinusfunktion

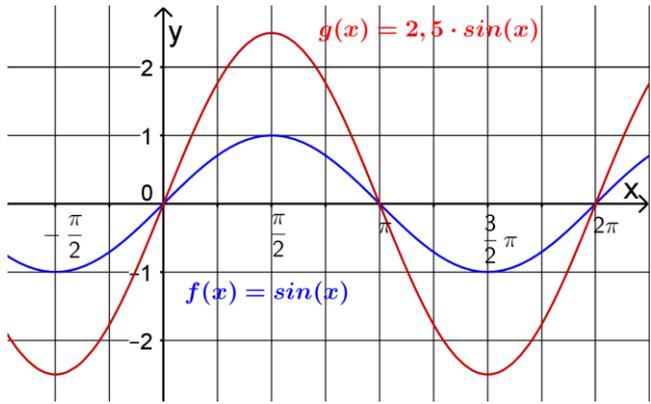
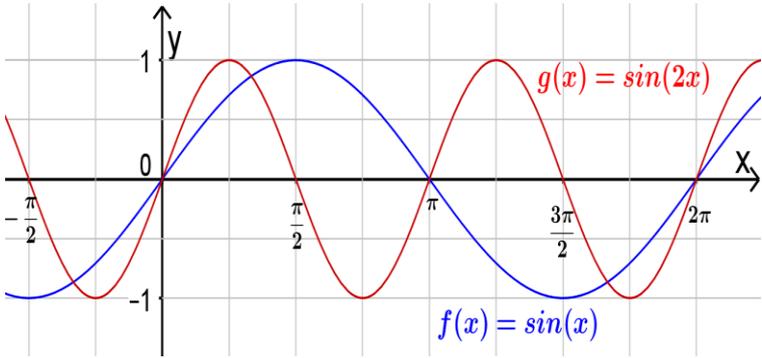


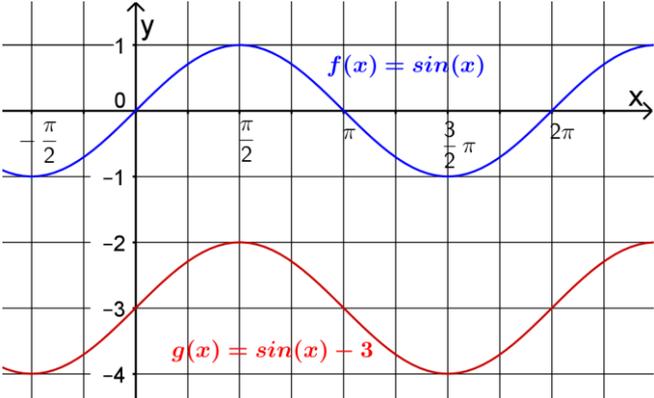
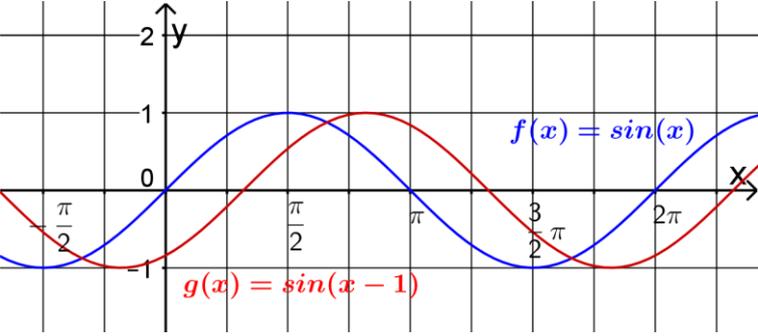
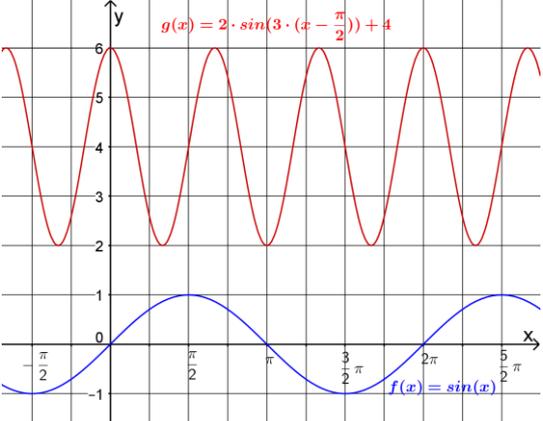
4. Eigenschaften der Sinus- und Kosinusfunktion

Die Funktionen f und g mit $f(x) = \sin(x), x \in \mathbb{R}$, und $g(x) = \cos(x), x \in \mathbb{R}$, haben folgende Eigenschaften:

- f und g sind periodische Funktionen mit der Periode (Periodenlänge) 2π .
- Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $-1 \leq f(x) \leq 1$ und $-1 \leq g(x) \leq 1$.
- Der Graph von f ist punktsymmetrisch zum Ursprung und der Graph von g ist symmetrisch zur y -Achse.
- Nullstellen von f : $\dots, -3\pi, -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$
 Nullstellen von g : $\dots, -\frac{5}{2}\pi, -\frac{3}{2}\pi, -\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \dots$

5. Parametervariationen am Beispiel der Sinusfunktion

<p>$g(x) = a \cdot \sin(x), a > 0$</p> <p>$a$ bewirkt eine Streckung oder Stauchung in Richtung der y-Achse. a heißt Amplitude der Funktion g.</p>	
<p>$g(x) = \sin(b \cdot x), b > 0$</p> <p>$b$ bewirkt eine Streckung oder Stauchung in Richtung der x-Achse und verändert die Frequenz und die Periode P. Periode von g: $P = \frac{2\pi}{b}$</p>	

<p>$g(x) = \sin(x) + d$</p> <p>d bewirkt eine Verschiebung in Richtung der y-Achse.</p> <p>$d > 0$: Verschiebung nach oben</p> <p>$d < 0$: Verschiebung nach unten</p>	
<p>$g(x) = \sin(x + c)$</p> <p>c bewirkt eine Verschiebung in Richtung der x-Achse.</p> <p>$c > 0$: Verschiebung nach links</p> <p>$c < 0$: Verschiebung nach rechts</p>	
<p>$g(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x + c)) + d$</p> <p>Rechts sehen Sie den Graphen für</p> <p>$a = 2$, $b = 3$, $c = -\frac{\pi}{2}$</p> <p>und $d = 4$.</p>	

6. Ableitungen der Sinus- und Kosinusfunktion

Funktionsgleichung	Gleichung der Ableitungsfunktion
$f(x) = \sin(x), x \in \mathbb{R}$	$f'(x) = \cos(x), x \in \mathbb{R}$
$g(x) = \cos(x), x \in \mathbb{R}$	$g'(x) = -\sin(x), x \in \mathbb{R}$

Eine anwendungsbezogene Aufgabe finden Sie in der Datei **Riesenräder.pdf** .
 Weitere Aufgaben zu den trigonometrischen Funktionen finden Sie in der Datei **Aufgaben-Sinus-Kosinus.pdf**.